

带固定半径近邻搜索 3-opt 的离散烟花算法求解旅行商问题 *

戚远航^{1,2}, 蔡延光³, 黄戈文^{3†}, 林卓胜⁴, 王福杰⁵

(1. 电子科技大学中山学院 计算机学院, 广东 中山 528402; 2. 电子科技大学 计算机科学与工程学院, 成都 611731; 3. 广东工业大学 自动化学院, 广州 510006; 4. 五邑大学 智能制造学部, 广东 江门 529020; 5. 东莞理工学院 电子工程与智能化学院, 广东 东莞 523808)

摘要: 传统烟花算法求解大规模离散问题存在收敛速度慢, 求解精度不高等问题。针对旅行商问题的特点, 提出一种带固定半径近邻搜索 3-opt 的离散烟花算法。该算法是基于基本烟花算法进行离散化改进, 采用整数编码的路径表示方法来表示旅行商问题的解, 对爆炸算子、高斯变异算子进行离散化操作策略设计。为了使算法具有较好的局部搜索能力, 提出固定半径近邻搜索 3-opt 策略来提高算法精度和收敛速度, 同时采用不检测标识策略提高算法效率。实验结果表明: 该算法能有效地求解旅行商问题, 其离散烟花算子在全局收敛能力、收敛精度、求解时间和稳定性等方面均优于传统烟花算子; 基准测试算例的最优解平均误差率仅为 0.002%, 优于对比算法。

关键词: 离散烟花算法; 旅行商问题; 固定半径近邻搜索; 3-opt

中图分类号: TP301 doi: 10.19734/j.issn.1001-3695.2020.09.0241

Discrete fireworks algorithm with fixed radius nearest-neighbor search 3-opt for travelling salesman problem

Qi Yuanhang^{1,2}, Cai Yanguang³, Huang Gewen^{3†}, Lin Zhuosheng⁴, Wang Fujie⁵

(1. Zhongshan Institute, School of Computer Science, University of Electronic Science & Technology of China, Zhongshan Guangdong 528402, China; 2. School of Computer Science & Engineering, University of Electronic Science & Technology of China, Chengdu 611731, China; 3. School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China; 4. Faculty of Intelligent Manufacturing, Wuyi University, Jiangmen Guangdong 529020, China; 5. School of Electrical Engineering & Intelligentization, Dongguan University of Technology, Dongguan Guangdong 523808, China)

Abstract: The traditional firework algorithm has slow convergence speed and low precision when solving large-scale discrete problems. Aiming at the characteristics of travelling salesman problem, this paper proposes a discrete fireworks algorithm with fixed radius nearest-neighbor search 3-opt. The algorithm proposed is discretized and improved based on the basic fireworks algorithm, where the integer coding path representation method is adopted to represent the solution of the travelling salesman problem, as well as the explosion operator and the gauss mutation operator of the algorithm are designed for discretization solution. To enhance local search ability of the algorithm, the algorithm proposed implements 3-opt local search to strengthen search ability of the algorithm, and introduces the fixed radius of neighbor search and Don't-Look-Bits strategy to improve the efficiency of the algorithm. The experiments indicate that: the algorithm proposed solves travelling salesman problem effectively; the discrete fireworks operator proposed is superior to the traditional fireworks operator in global convergence ability, convergence accuracy, solution time and stability; the average costs of the solutions of the algorithms for all benchmark instances probed have an overall deviation in only 0.002% from those of the best known solutions, which is lower than those of all comparing algorithms.

Key words: discrete fireworks algorithm; traveling salesman problem; fixed radius nearest-neighbor search; 3-opt

0 引言

旅行商问题(Travelling Salesman Problem, TSP)^[1]是典型的组合优化问题。求解 TSP 是指搜索一条包含所有节点的哈密顿回路, 使总旅行成本最小。TSP 被广泛应用于许多生产服务行业中各种关键问题的建模上, 例如航空业中的航空器或无人机航迹规划^[2,3], 交通运输业中的动车组调拨、乘务值

乘排班^[4,5], 制造业中的钣金切割路径优化^[6,7], 等等。然而, TSP 是一个 NP-Hard 问题, 难于用精确算法求解。因此, 学者们常常使用智能算法进行求解^[8,9]。其中, 烟花算法(Fireworks Algorithm, FA)是由 Tan 等人^[10]于 2010 年提出的一种群智能优化算法。该算法模拟烟花爆炸保持火花多样性的机制, 对问题解空间进行两种机制搜索, 具有良好的全局搜索能力。吴梦烟等人^[11]采用改进的烟花算法求解带自适应

收稿日期: 2020-09-18; 修回日期: 2020-11-05 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61074147, 61901304); 广东省自然科学基金资助项目(S2011010005059, 2019A1515010493, 2016A030313018); 广东省教育部产学研结合项目(2012B091000171, 2011B090400460); 广东省科技计划资助项目(2012B050600028, 2014B010118004, 2016A050502060); 广州市花都区科技计划资助项目(HD14ZD001); 广州市科技计划资助项目(201604016055); 广州市天河区科技计划资助项目(2018CX005); 广东省普通高校青年创新人才项目(2018KQNCX333, 2018KQNCX252); 广东省普通高校重点领域专项(2019KZDZX1052, 2020ZDZX3030)

作者简介: 戚远航(1993-), 男, 广东湛江人, 讲师, 硕导, 博士, 主要研究方向为复杂系统建模与优化、人工智能、智能优化(qiyuanhang@zsc.edu.cn); 蔡延光(1963-), 男, 湖北咸宁人, 教授, 博导, 博士, 主要研究方向为网络控制与优化、组合优化、智能优化、智能交通系统; 黄戈文(1972-), 男(通信作者), 广东梅县人, 高级工程师, 博士研究生, 主要研究方向为组合优化、智能交通系统、智能优化等(huang_gewen@163.com); 林卓胜(1991-), 男, 广东江门人, 讲师, 硕导, 博士, 主要研究方向为混沌密码、隐私保护等; 王福杰(1991-), 男, 广东广州人, 讲师, 硕导, 博士, 主要研究方向为机器人智能控制、机器学习等。

罚函数的水库多目标优化调度数学模型。余敏建等人^[12]采用基于改进烟花算法求解新型空战条件下指挥引导对策生成问题。冯珊珊等人^[13]采用基于自变异烟花算法求解短时交通流预测模型。雍静等人^[14]采用基于 Tent 映射的混沌爆炸改进增强烟花算法求解多能源系统冷热电联合优化调度模型。但传统烟花算法求解大规模离散问题存在收敛速度慢, 求解精度不高等问题。

因此, 本文提出一种带固定半径近邻搜索 3-opt 的离散烟花算法 (Discrete fireworks algorithm with fixed radius nearest-neighbor search 3-opt, DFA-FRNS3Opt), 以烟花算法作为主体框架, 烟花个体采用整数编码来表示 TSP 的解, 对爆炸算子、高斯变异算子和选择策略进行离散化操作策略设计, 引入固定半径近邻 3-opt 局部搜索策略, 有效对 TSP 进行求解。最后, 通过算法对比实验证明了所提出算法具有较好的全局优化能力、局部搜索能力和求解效率。

1 数学模型

旅行商问题可以用完全图 $G=(V, E)$ 来表示, V 为城市的集合, E 是城市之间的边的集合。旅行商以某一个城市作为起点, 遍历所有城市, 每个城市只能访问一次, 最后回到起点, 也就是求一条包含所有城市的哈密顿回路。目标是使得哈密顿回路总长度最短。

设 $i, j \in V$, 边 $(i, j) \in E$, c_{ij} 为边 (i, j) 的路程。定义决策变量

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{旅行商经过边}(i, j) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

定义目标函数为

$$\min Z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

定义约束条件为

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = \sum_{j \in V} x_{ji} = 1, \forall i \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \forall S \subset V, |S| \geq 2, \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in V \quad (5)$$

其中: 式(3)保证每个城市被访问有且仅有一次; 式(4)保证结果为一条哈密顿回路; 式(5)表示决策变量为 0-1 变量。

2 离散烟花算法设计

2.1 烟花算法

烟花算法主要包含爆炸算子、高斯变异算子和选择策略^[10]。

2.1.1 爆炸算子

烟花的每一次爆炸都相当于辐射烟花周围可行解空间的点, 从而扩大寻优范围, 更快找到问题的最优解。烟花算法中的爆炸算子遵循如下原则: 评判更优的烟花在更小而密集的范围搜索, 逐步优化当前最优解, 更差的烟花则在更大而稀疏的搜索空间内搜索, 从而跳出当前可能的局部最优解, 促进算法找到更优解。即该阶段根据评判适应度函数对每个烟花进行烟花质量判断, 较优适应度的烟花在较小的邻域爆炸生成较多的爆炸火花, 较差适应度的烟花在较大的邻域爆炸生成较少的爆炸火花。因此每个烟花的爆炸火花数 R_i 与爆炸半径 D_i 分别由式(6)(7)计算。

$$R_i = R \cdot \frac{f_{\max} - f_i + \varepsilon}{\sum_{j=0}^N (f_{\max} - f_j) + \varepsilon} \quad (6)$$

$$D_i = D \cdot \frac{f_i - f_{\min} + \varepsilon}{\sum_{j=0}^N (f_j - f_{\min}) + \varepsilon} \quad (7)$$

其中: R 为预设的爆炸火花数; f_{\max} 与 f_{\min} 分别为 N 个原始烟花种群中的最大、最小适应度值; D 为算法基本爆炸半径, 加入 ε 用于避免出现除零的情况。

为了避免算法优化过程中获得进一步优化的机会越来越集中于较优的烟花而导致算法过早收敛, 需要保证较优烟花与较差适应度烟花的爆炸火花数差距不能过大, 平衡所有烟花参与优化的可能性。通过设定边界, 使用式(8)对每个烟花爆炸火花数进行调整。

$$R_i = \begin{cases} R_{\max}, & R_i \geq R_{\max} \\ R_i, & R_{\min} < R_i < R_{\max} \\ R_{\min}, & R_i \leq R_{\min} \end{cases} \quad (8)$$

其中: R_{\max} 与 R_{\min} 分别为预设值的最大、最小爆炸火花数。

2.1.2 高斯变异算子

为了增加算法的全局搜索能力, 引入高斯变异算子来提高算法的种群多样性。高斯变异算子产生高斯爆火花, 具体操作为: 在当前烟花种群中随机选择一个烟花, 假设为选择的烟花为 x_i , 然后多次在该烟花的随机维度进行高斯变异运算, 假设维度为 k , 计算见式(9)。

$$\hat{x}_{ik} = x_{ik} \times e \quad (9)$$

其中: $e \sim N(1, 1), N(1, 1)$ 为均值方差均为 1 的高斯分布。

2.1.3 选择策略

烟花原始种群经过爆炸算子和高斯变异算子产生了一系列火花, 为了让较优的解信息能够传递到下一代的优化中, 首先在原始烟花及其产生的爆炸火花和高斯爆火花中选择最优的 n 个个体作为下一代的原始烟花, 剩余 $(N-n)$ 个个体则按照轮盘赌规则进行筛选。每个烟花被选择的概率计算见式(10)。

$$p_i = \frac{\sum_{j=1}^{N-n} d(x_i - x_j)}{\sum_{k=1}^{N-n} \sum_{j=1}^{N-n} d(x_k - x_j)} \quad (10)$$

其中: $d(x_i - x_j)$ 表示烟花 x_i 与 x_j 之间的距离, 所以 $\sum_{j=1}^{N-n} d(x_i - x_j)$

表示烟花 x_i 与其他烟花的距离之和。距离的和越大, 则该烟花有越大的概率被选择。

2.2 求解 TSP 的离散烟花算法设计

由于原始烟花算法无法直接应用与 TSP 问题, 为此, 本文算法采用整数编码的路径表示方法^[15]来表示离散问题的解, 对爆炸算子、高斯变异算子和选择策略进行离散化操作策略设计, 其中爆炸算子改为 inert-swap 爆炸算子, 高斯变异算子改为 2-swap 高斯变异算子, 选择策略采用基于适应度的轮盘赌选择。算法采用 3-opt 局部搜索, 引入固定半径近邻搜索加强 3-opt 算法的邻域搜索能力, 采用不检测标识策略提高算法效率。

2.2.1 烟花个体中解的表示

为了更好的求解 TSP 问题, 实现烟花个体与 TSP 解空间的转换, 本文定义每个烟花个体为遍历访问每个城市编号的序列, 例如其中一个烟花个体 $x_r=[1, 3, 4, 2, 5, 6]$, 即表示 TSP 问题为先访问编号 1 城市, 依次访问编号 3、4、2、5、6 城市, 最后回到编号 1 城市。

2.2.2 爆炸算子定义

与 2.1.1 节传统烟花算法的爆炸火花数、爆炸半径计算相同, 假设烟花个体为 x_i , 首先根据式(6)计算烟花的爆炸火花数 R_i , 根据式(7)计算爆炸半径 D_i , 然后在烟花 x_i 解空间中进行 D_i 次爆炸算子操作, 得到一个爆炸火花, 重复 R_i 次产生 R_i 个爆炸火花。

本文设计离散域爆炸算子采用 inert-swap 操作来实现, 既是将烟花个体中一个随机位置的城市编号插入在烟花个体

中的另一个随机位置。具体如图 1 所示, 假设 $x_i=[2, 5, 6, 1, 3, 4]$, 随机选取城市编号为 5, 随机插入位置为城市 3 和城市 4 之间。具体步骤包括 3 步: a) 把城市 5 取出; b) 把城市 6、1、3 左移一个位置; c) 把城市 5 放置到城市 3 之后。

2.2.3 高斯变异算子定义

本文设计离散域高斯变异算子产生火花的方法如下: 在当前烟花原始种群中随机选择一个烟花, 假设为 x_i , 按式(11)计算 g , 然后在 x_i 解空间中进行 g 次高斯爆火花操作, 最终结果生成一个高斯爆火花。

$$g = \min(1, \lfloor |e| \rfloor) \quad (11)$$

其中 $e \sim N(1,1), N(1,1)$ 为均值方差均为 1 的高斯分布。

本文设计离散域高斯变异算子采用 2-swap 操作来实现, 即随机选择烟花个体中两个位置城市编号, 翻转两个位置中间的序列。具体如图 2 所示, 假设 $x_i=[2, 5, 6, 1, 3, 4]$, 随机选取两个位置城市编号为 5 和 3, 这是选中翻转的序列为 [5, 6, 1, 3], 翻转后为 [3, 1, 6, 5], 原序列中城市 2 和 4 不变, 生成的序列 $x_i^{new}=[2, 3, 1, 6, 5, 4]$ 。

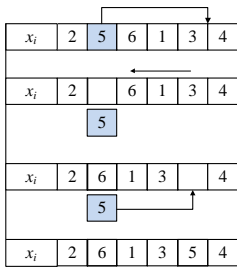


图 1 inert-swap 操作

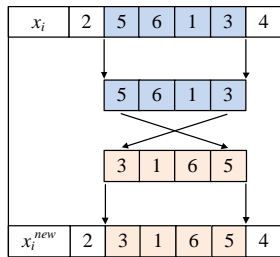


图 2 2-swap 操作

Fig. 1 Inert-swap operation diagram Fig. 2 2-swap operation diagram

2.2.4 选择策略定义

选择策略与 2.1.3 节传统烟花算法的选择策略相同, 在所有烟花原始种群以及爆炸火花、高斯爆火花中选出最优的 n 个个体作为下一代原始烟花, 剩余 $(N-n)$ 个烟花根据式(12)分别计算其轮盘选择概率, 本文 n 取 1, 其中烟花之间的距离由式(11)计算。

$$d(x_i, x_j) = \sqrt{\sum_{k=0}^{K-1} (x_{ik} - x_{jk})^2} \quad (12)$$

其中 x_{ik} 为 x_i 的第 k 个城市编号, K 为城市数量。

2.2.5 固定半径近邻 3-opt 局部搜索策略

根据前期研究^[16-19], 局部搜索能提高算法的求解精度, 加快算法的收敛速度。从优化效果和计算成本综合考虑, 本算法选用局部搜索策略为 3-opt 方法^[20]并加以改进。局部搜索具体操作如下: 经过选择策略最终选取 N 个烟花作为下一代的烟花元素种群, 如果该 N 个烟花的最优烟花与上一代保存最优值不相等, 则将该最优烟花进行 3-opt 操作, 否则随机选取该 N 个烟花中除了当前最优烟花中的一个烟花进行 3-opt 操作。

3-opt 算法可描述为: 设 T 是 TSP 的一条回路, a, c, e 是选中的三个不同城市, b, d, f 分别为它们的后继城市, 对应的边集合为 $\{(a,b), (c,d), (e,f)\}$, 如图 3(a)所示; 分别寻找 a, c, e 的新的后继城市 b_1, d_1, f_1 , 组成新的边集合 $\{(a,b_1), (c,d_1), (e,f_1)\}$, 使得新产生的回路长度尽可能变小, 如图 3(b)、图 3(c)所示。

3-opt 算法具有较强的局部搜索能力, 但时间耗费多。本文在实施 3-opt 算法寻找局部最优解时, 采用固定半径近邻搜索策略和不重复搜索策略来加快速度。

1) 固定半径近邻搜索策略 (fixed radius nearest-neighbor search, FRNS)

本文采用固定半径近邻搜索加强 3-opt 算法的邻域搜索能力。具体做法是, 定义固定邻居搜索半径 $frns$; 对某个城

市进行邻域搜索寻找下一个城市时, 只需要在该城市最近的 $frns$ 个城市中寻找。

2) 不检测标识策略(Don't look bits, DLB)

本文采用固定半径近邻搜索策略时, 同时采用不检测标识策略, 以减少时间耗费。具体做法是, 为每个城市分别设置不检测标识(初值为 False); 如果某个城市采用固定半径近邻搜索策略后所得到的解不比原来的好, 则该城市不检测标识设置为 True, 当该城市最近的 $frns$ 个城市在实施固定半径近邻搜索策略时, 不需要搜索该城市。

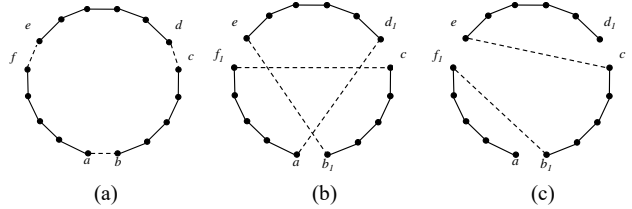


图 3 3-opt 优化策略示意图

Fig. 3 3-opt strategy diagram

2.3 算法步骤

综上所述, 本文提出的带固定半径近邻搜索 3-opt 的离散烟花算法具体步骤如下所示, N 为烟花原始种群数量, GM 为产生高斯爆火花数量, R 为算法预设爆炸火花数, D 为算法基础爆炸半径。算法终止条件为当前最优烟花适应度连续无变化迭代数达到最大设定次数。具体步骤如下:

- a) 随机初始化数量为 N 的烟花原始种群 X , 初始化当前迭代次数为 1;
- b) 计算烟花原始种群 X 中所有个体适应度;
- c) 如当前迭代次数未达到最大设定次数则跳转下一步, 否则跳转步骤 a);
- d) 烟花原始种群 X 中每个个体执行 2.2.2 节的爆炸算子操作, 计算参数为 (R, D) ;
- e) 按 2.2.3 节产生高斯爆炸随机数 g ;
- f) 产生高斯爆火花, 数量为 GM ;
- g) 将烟花、爆炸火花、高斯爆火花按 2.2.4 节选取下一代烟花位置, 数量为 N ;
- h) 根据 2.2.5 节执行局部搜索策略, 有结果好于最优解则更新最优解;
- i) 重新计算 X 中所有烟花的适应度;
- j) 当前迭代次数加 1;
- k) 跳转步骤 c);
- l) 返回最优解。

3 实验与分析

3.1 实验环境

本文算法实验环境为: CPU 为 Intel (R) Core (TM) i5-3230M@2.60 GHz, 内存为 8GB, 操作系统为 64 位 Windows 10, 仿真软件使用 Visual Studio 2017。

3.2 参数分析

为了分析算法参数对本文提出算法在求解 TSP 方面的影响, 选取国际通用的 TSP 测试库(The Library of TSP, TSPLIB) 中的基准算例进行仿真实验, 选取了其中 7 组基准算例进行参数分析实验。

参数分析实验采用单因素分析方法测试所提出算法的关键参数(N 、 GM 、 R 、 D)对算法求解性能的影响, 每组参数对于每个基准算例各单独测试 10 次取平均值。

实验结果如表 1 所示。由测试编号 1、2 和 4 实验数据可以看出, 算法随着 N 的增加求解平均值呈单调上升趋势, 即效果变差, 且算法 N 设置不宜设置过小, 取 5 较为合理; 由测试编号 3、4 和 12 实验数据可以看出, 随着 GM 的增加

求解效果变好但提升幅度较小, 测试编号 8 和 10 同样可以看出, 因此取 30~100 的中间值较为合理, 本文 GM 取 50; 由测试编号 4、10 和 11 实验数据可以看出, R 取 70 时效果最优; 由测试编号 5、7 和 13 实验数据可以看出, 随着 D 的

增大求解效果变好, 因此 D 取 100 较合理。同时可以由实验编号 12 可以看出该组参数设置可以使得 DFA-FRNS3Opt 表现较好, 即设置 N=5, GM=50, R=70, D=100。因此, 本文接下来的实验均采用该组参数设置。

表 1 DFA-FRNS3Opt 参数分析实验结果

Tab. 1 Experimental results of parametric analysis

| NO. | N | GM | R | D | 平均值 | | | | | | |
|-----|----|-----|-----|-----|-------|------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | | | | eil51 | st70 | pr124 | pr144 | kroA150 | pr226 | pr299 |
| 1 | 10 | 30 | 70 | 100 | 426 | 675 | 59030 | 58537 | 26524 | 80380.2 | 48234.1 |
| 2 | 15 | 30 | 70 | 100 | 426 | 675 | 59030 | 58537 | 26524 | 80394.9 | 48235.9 |
| 3 | 5 | 100 | 70 | 100 | 426 | 675 | 59030 | 58537 | 26524 | 80369.4 | 48242.7 |
| 4 | 5 | 30 | 70 | 100 | 426 | 675 | 59030 | 58537 | 26524 | 80369.6 | 48226.5 |
| 5 | 5 | 50 | 100 | 100 | 426 | 675 | 59034.6 | 58542.3 | 26524 | 80369.4 | 48230.3 |
| 6 | 5 | 50 | 50 | 50 | 426 | 675 | 59034.6 | 58537 | 26524 | 80369 | 48203.1 |
| 7 | 5 | 50 | 100 | 70 | 426.1 | 675 | 59062.2 | 58547.6 | 26536.9 | 80377.6 | 48245.6 |
| 8 | 5 | 50 | 50 | 100 | 426 | 675 | 59039.2 | 58575.5 | 26524.2 | 80369 | 48260.1 |
| 9 | 5 | 50 | 70 | 150 | 426 | 675 | 59043.8 | 58591.4 | 26524.5 | 80369 | 48231.3 |
| 10 | 5 | 30 | 50 | 100 | 426 | 675 | 59039.2 | 58589.4 | 26528.7 | 80369.8 | 48230.3 |
| 11 | 5 | 30 | 100 | 100 | 426 | 675 | 59040.8 | 58593.7 | 26530 | 80369.8 | 48238.5 |
| 12 | 5 | 50 | 70 | 100 | 426 | 675 | 59030 | 58537 | 26524 | 80369 | 48270.6 |
| 13 | 5 | 50 | 100 | 50 | 426 | 675 | 59038.5 | 58552.6 | 26537.9 | 80380.2 | 48241.9 |

3.3 实验结果与分析

实验 1 为了具体分析 DFA-FRNS3Opt 求解 TSP 的有效性, 本实验选用 Eil51 算例作为研究对象, 并将本文算法与 3 个算法进行对比。其中, 第一个算法是离散烟花算法(Discrete Fireworks Algorithm, DFA), 既是不带固定半径近邻 3-opt 局部搜索操作的 DFA-FRNS3Opt; 第二个算法是混沌烟花算法(Chaotic Fireworks Algorithm, CFA)^[21]; 第三个算法是基本烟花算法(Fireworks Algorithm, FA)^[10]。四个算法迭代停止条件均为当前最优烟花适应度连续无变化迭代数达到 500 次, 每个算法独立运行 10 次。四种算法求解 TSP 得到最优解决方案分别如图 4~7 所示。

从图 4~7 可以看出, 旅行商从起点城市出发并返回, 形成一条完整的闭合路径; 每个城市有且只有被访问一次。因此, 整个配送路径也满足 TSP 的式(3)~(5)的约束。由此可见, 所提算法及对比算法能够有效地求解 TSP。此外, 每种算法在获取最优解决方案过程中, 适应度值随着迭代次数改变的过程如图 8 所示。

优于传统的连续烟花相关算子, 能有效提高算法的全局收敛能力。

c) DFA-FRNS3OPT、DFA、CFA 和 FA 收敛到最优方案的迭代次数分别是 312、851、1973 和 1713。DFA-FRNS3OPT 收敛到最优方案的速度明显优于 DFA、CFA、FA, 在收敛精度上 DFA-FRNS3OPT 和 DFA 优于 CFA 和 FA。接着, 对 4 个算法的 10 次实验结果进行讨论和分析, 结果如图 9 所示。

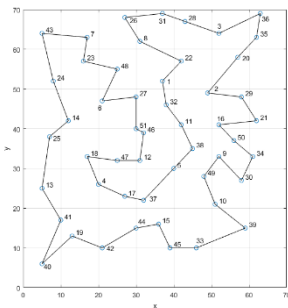


图 4 DFA-FRNS3Opt 最优解决方案示意图
Fig. 4 Optimal solution diagram of DFA-FRNS3Opt

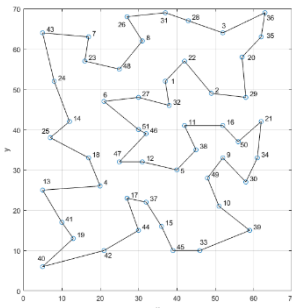


图 5 DFA 最优解决方案示意图
Fig. 5 Optimal solution diagram of DFA

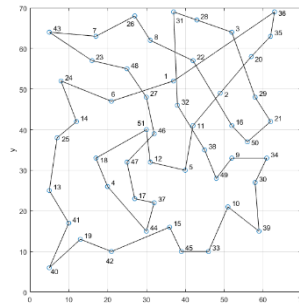


图 6 CFA 最优解决方案示意图
Fig. 6 Optimal solution diagram of CFA

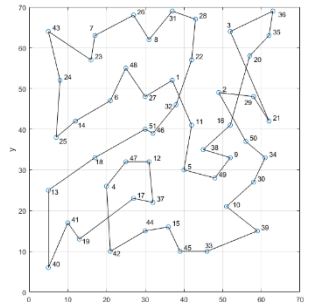


图 7 FA 最优解决方案示意图
Fig. 7 Optimal solution diagram of FA

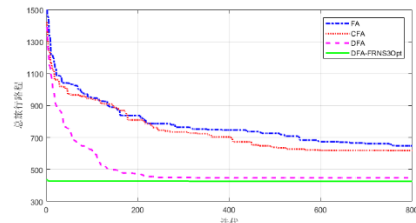


图 8 总旅行距离随迭代次数变化示意图
Fig. 8 Total travel distance to each iteration

从图 8 可以看出:

- a) 采用了固定半径近邻 3-opt 局部搜索策略的 DFA-FRNS3OPT 的寻优结果明显优于 DFA。由此可见, 固定半径近邻 3-opt 局部搜索策略能够有效的提高算法的局部搜索能力。
- b) 在不采用局部搜索策略的情况下, DFA 的寻优结果优于 CFA、FA。由此证明, 本文所提出的离散的烟花相关算子

从图 9 可以看出, DFA-FRNS3OPT 在 10 次计算中均求得已知最优解, DFA 在第 9、10 次中求得其最优方案, CFA 和 FA 的最优方案分别出现在第 10 次和第 6 次。值得注意的是, CFA、FA 在 10 次测试所得到的方案适应度变化范围很大。CFA、FA 的稳定性远远不如 DFA-FRNS3OPT 和 DFA。由此证明, 本文所提出的离散烟花算子比传统烟花算子具有更好的稳定性。

实验 2 为了进一步分析本文所提出算法与其他烟花算

法的优劣性, 本实验分别将使用 DFA-FRNS3Opt 和 DFA 与 FA^[10]和 CFA^[21]对 Oliver30、Att48、Eil51 三个基准算例进行求解, 结果如表 2 所示。其中, Best 表示为所有结果最优解, Avg 为所有结果平均值, CT 为算法求得已知最优解或达到终止条件的平均时间, 单位为秒。

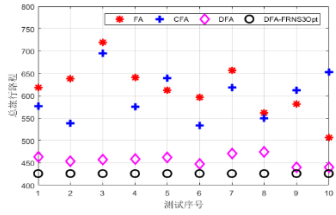


图 9 4 个算法 10 次实验总旅行距离

Fig. 9 Total travel distance of 4 algorithms for 10 trials

由表 2 可以看出, 离散烟花算法相对于连续烟花算法求解性能更优, 大部分情况下能够在毫秒级稳定求得最优解, 实验结果证明了离散烟花算法具有较好的全局优化能力和局部搜索能力。同时表 2 数据也显示了加入 3-opt 优化策略后, 离散烟花算法在求解 TSP 问题时具有更高效的求解性能, 求解消耗时间缩减 3 倍以上。

实验 3 为了进一步验证 DFA-FRNS3Opt 的寻优能力, 将 DFA-FRNS3Opt 与基于蚁群优化和 3-opt 算法的并行协同混合算法(Parallel Cooperative Hybrid Method Based on Ant Colony Optimization and 3-opt Algorithm, PACO-3Opt)^[22]、四点三线不等式混合粒子群优化算法(PSO with the Four Vertices and Three Lines Inequality, PSOFT)^[23]、动态飞行蚁群优化算法(Dynamic Flying Ant Colony Optimization, DFACO)^[8]

等三个算法进行对比实验, 结果如表 3、表 4 所示。其中 Err 为所有结果最优解误差率, AvgErr 为所有结果平均值误差率计算如式(13)和式(14)。横向对比最优的以加粗表示。

$$Err = \frac{Best - BKS}{BKS} \% \quad (13)$$

$$AvgErr = \frac{Avg - BKS}{BKS} \% \quad (14)$$

本文算法与其他对比算法的最优解及最优解误差率如表 3 所示。由表 3 可以看出, DFA-FRNS3Opt 在这 18 个基准算例中, 有 11 个算例得到已知最优解, 有 3 个算例优于已知最优解, 已测算例中最高 442 个点的算例最优解误差率为 0%, 783 个点以内的算例最优解误差率不超过 0.193%, 所有算例所求的最优解误差率平均为 0.002%。所有测试结果中, 本文算法除在算例 rat575 稍差于 DFACO 外, 其余所有结果均比其他对比算法占优或并列最优。

本文算法与其他对比算法的结果平均值及平均值误差率如表 4 所示。由表 4 可以看出, 在平均求解性能方面 DFA-FRNS3Opt 仍表现优异。在求解质量横向比较方面, 本文算法的求解得到的路程总体上比 PACO-3Opt、PSOFT、DFACO 分别降低 2.2%, 1.6%、2.2%; 在单个算例比较上, 本文算法在所有算例上的均同等或优于 PACO-3Opt、PSOFT; 与 DFACO 已报道数据的算例进行比较, 本文算法在 4 个算例上占优, DFACO 在 3 个算例上占优, 整体上 DFA-FRNS3Opt 优于 DFACO。在优化效率方面, 105 个点以内算例能够在毫秒级时间内求解, 在有对比数据的 14 个算例中有 12 个算例计算时间小于其他对比算法, 证明算法具有较好的运行效率。

表 2 离散烟花算法与连续烟花算法对比实验结果

Tab. 2 Experiment results of comparing discrete fireworks algorithm and continuous fireworks algorithm

| 算法 | Oliver30 | | | Att48 | | | Eil51 | | |
|--------------|------------|------------|-------------|--------------|--------------|--------------|------------|------------|--------------|
| | Best | Avg | CT/s | Best | Avg | CT/s | Best | Avg | CT/s |
| FA | 469 | 531.1 | 1.256 | 39359 | 44268.2 | 4.929 | 506 | 613.20 | 6.839 |
| CFA | 462 | 523.7 | 2.017 | 38430 | 45735.2 | 11.177 | 533 | 599.00 | 13.027 |
| DFA | 421 | 443.9 | 0.167 | 33937 | 35001.2 | 0.368 | 440 | 456.90 | 3.005 |
| DFA-FRNS3Opt | 420 | 420 | 0.04 | 33522 | 33522 | 0.117 | 426 | 426 | 0.423 |

表 3 DFA-FRNS3Opt 与其他算法求解精度对比

Tab. 3 Comparison of solution accuracy between DFA-FRNS3Opt and other algorithms

| Instance | BKS | DFA-FRNS3Opt | | PACO-3Opt ^[22] | | PSOFT ^[23] | | DFACO ^[8] | |
|----------|-------|--------------|----------------|---------------------------|-----------|-----------------------|--------|----------------------|----------------|
| | | Best | Err | Best | Err | Best | Err | Best | Err |
| eil51 | 426 | 426 | 0% | 426 | 0% | 428 | 0.469% | 426 | 0% |
| Berlin52 | 7542 | 7542 | 0% | 7542 | 0% | 7544 | 0.027% | 7542 | 0% |
| eil76 | 538 | 538 | 0% | 538 | 0% | 547 | 1.673% | 538 | 0% |
| rat99 | 1213 | 1211 | -0.165% | 1213 | 0% | 1221 | 0.66% | - | - |
| kroA100 | 21282 | 21282 | 0% | 21282 | 0% | 21383 | 0.475% | 21282 | 0% |
| Eil101 | 629 | 629 | 0% | 629 | 0% | - | - | 629 | 0% |
| Lin105 | 14379 | 14379 | 0% | 14379 | 0% | 14639 | 1.808% | 14379 | 0% |
| ch130 | 6110 | 6105 | -0.082% | - | - | 6205 | 1.555% | 6110 | 0% |
| kroA150 | 26524 | 26524 | 0% | - | - | 26525 | 0.004% | 26524 | 0% |
| Ch150 | 6538 | 6528 | -0.153% | 6570 | 0.489% | 6601 | 0.964% | 6528 | -0.153% |
| kroA200 | 29368 | 29368 | 0% | 29533 | 0.562% | 29401 | 0.112% | 29368 | 0% |
| lin318 | 42029 | 42029 | 0% | - | - | 42599 | 1.356% | 42123 | 0.224% |
| fl417 | 11861 | 11861 | 0% | 11972 | 0.936% | 11962 | 0.852% | - | - |
| pcb442 | 50778 | 50778 | 0% | 52057 | 2.519% | 51946 | 2.3% | - | - |
| d493 | 35002 | 35019 | 0.049% | 35735 | 2.094% | 35804 | 2.291% | - | - |
| u574 | 36905 | 36924 | 0.051% | 37981 | 2.916% | 37822 | 2.485% | - | - |
| rat575 | 6773 | 6783 | 0.148% | 7003 | 3.396% | 7058 | 4.208% | 6348 | -6.275% |
| rat783 | 8806 | 8823 | 0.193% | 9111 | 3.464% | - | - | 10455 | 18.726% |

4 结束语

针对旅行商问题, 本文提出一种带固定半径近邻搜索 3-

opt 的离散烟花算法(DFA-FRNS3Opt), 算法采用整数编码的路径表示方法来表示离散问题解空间, 对爆炸算子和高斯变异算子进行离散化操作策略设计。算法将烟花算法的全局搜

索能力和 3-opt 的局部搜索能力结合, 同时引入固定半径近邻搜索加强 3-opt 算法的邻域搜索能力, 采用不检测标识策略提高算法效率。通过 3 个对比实验, 将本算法的求解结果分别与 DFA、FA 和 CFA 的求解结果, 以及与 PACO-3Opt、

PSOFT 和 DFACO 的求解结果分别进行了对比, 结果证明了算法的有效性, 算法具有较好的全局优化能力、局部搜索能力和求解效率。对带权重的旅行商问题、多旅行商问题、带时间窗旅行商问题将是下一步的研究方向。

表 4 DFA-FRNS3Opt 与其他算法求解性能对比

Tab. 4 Comparison of solution performance between DFA-FRNS3Opt and other algorithms

| Instance | DFA-FRNS3Opt | | | PACO-3Opt ^[22] | | | PSOFT ^[23] | | | DFACO ^[8] | | |
|----------|----------------|----------------|----------------|---------------------------|--------|--------|-----------------------|--------|----|----------------------|----------------|-------|
| | Avg | AvgErr | CT | Avg | AvgErr | CT | Avg | AvgErr | CT | Avg | AvgErr | CT |
| eil51 | 426 | 0% | 0.423 | 426.35 | 0.082% | 2.39 | 430 | 0.939% | - | 426 | 0% | 1 |
| Berlin52 | 7542 | 0% | 0.048 | 7542 | 0% | 2.1 | 7544 | 0.027% | - | 7542 | 0% | 1 |
| eil76 | 538 | 0% | 0.373 | 539.85 | 0.344% | 8.18 | 549 | 2.045% | - | 538 | 0% | 3 |
| rat99 | 1211.8 | -0.099% | 0.257 | 1217.1 | 0.338% | 19.79 | 1223 | 0.824% | - | - | - | - |
| kroA100 | 21282 | 0% | 0.353 | 21326.8 | 0.211% | 21.1 | 21422 | 0.658% | - | 21282 | 0% | 2 |
| Eil101 | 629 | 0% | 0.592 | 630.55 | 0.246% | 20.79 | - | - | - | 629 | 0% | 12 |
| Lin105 | 14379 | 0% | 0.122 | 14393 | 0.097% | 14.57 | 14868 | 3.401% | - | 14379 | 0% | 2 |
| ch130 | 6106.7 | -0.054% | 1.044 | - | - | - | 6237 | 2.079% | - | 6110 | 0% | 13 |
| kroA150 | 26524 | 0% | 7.027 | - | - | - | 26543 | 0.072% | - | 26524.03 | 0% | 57 |
| Ch150 | 6531.8 | -0.095% | 0.865 | 6601.4 | 0.97% | 79.35 | 6668 | 1.988% | - | 6528 | -0.153% | 24 |
| kroA200 | 29370.6 | 0.009% | 42.917 | 29644.5 | 0.942% | 213.12 | 29456 | 0.3% | - | 29368 | 0% | 168 |
| lin318 | 42112.5 | 0.199% | 132.824 | - | - | - | 42757 | 1.732% | - | 42228 | 0.473% | 381 |
| fl417 | 11871.6 | 0.089% | 254.946 | 11987.4 | 1.066% | - | 11963 | 0.86% | - | - | - | - |
| pcb442 | 50917.4 | 0.275% | 350.309 | 53367 | 5.099% | - | 51969 | 2.346% | - | - | - | - |
| d493 | 35117.2 | 0.329% | 343.583 | 35841 | 2.397% | - | 35830 | 2.366% | - | - | - | - |
| u574 | 37007.6 | 0.278% | 395.428 | 38030.7 | 3.05% | - | 37998 | 2.962% | - | - | - | - |
| rat575 | 6796.2 | 0.343% | 423.932 | 7012.4 | 3.535% | - | 7065 | 4.311% | - | 6367.3 | -5.99% | 126.2 |
| rat783 | 8838.4 | 0.368% | 1455.857 | 9127.3 | 3.649% | - | - | - | - | 10491.9 | 19.145% | 151.6 |

参考文献:

[1] Dantzig G B, Fulkerson D R, Johnson S M. On a linear-programming, combinatorial approach to the traveling-salesman problem [J]. *Operations Research*, 1959, 7 (1): 58-66.

[2] 朱创创, 梁晓龙, 何吕龙, 等. 群目标侦察航迹规划方法 [J]. *火力与指挥控制*, 2018, 43 (01): 47-51. (Zhu Chuangchuang, Liang Xiaolong, He Lyulong, *et al.* Group target reconnaissance flight planning method [J]. *Fire Control & Command Control*, 2018, 43 (01): 47-51.)

[3] 徐国训, 梁晓龙, 张佳强, 等. 航空集群多目标群攻击路径规划仿真研究 [J]. *计算机仿真*, 2017, 34 (06): 66-70, 324. (Xu Guoxun, Liang Xiaolong, Zhang Jiaqiang, *et al.* Simulation research on path planning of aircraft swarms attacking multi-target group [J]. *Computer Simulation*, 2017, 34 (06): 66-70, 324.)

[4] 陈旭, 李海鹰, 王莹, 等. 放射状路网条件下动车组运用优化研究 [J]. *铁道学报*, 2017, 39 (11): 23-29. (Chen Xu, Li Haiying, Wang Ying, *et al.* Research on optimization of EMU scheduling for radial HSR network [J]. *Journal of the China Railway Society*, 2017, 39 (11): 23-29.)

[5] 张哲铭, 王莹, 陈旭, 等. 高速铁路单一循环乘务值乘计划优化研究 [J]. *铁道运输与经济*, 2018, 40 (01): 21-27. (Zhang Zheming, Wang Ying, Chen Xu, *et al.* Research on single-circulation crew rostering plan optimization for high-speed railway [J]. *Railway Transport and Economy*, 2018, 40 (01): 21-27.)

[6] 李坚, 朱海飞, 黎奕辉, 等. 包含多重嵌套封闭环的平面切割建模与优化 [J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2017, 29 (11): 2100-2107. (Li Jian, Zhu Haifei, Li Yihui, *et al.* Modeling and optimization of planar cutting containing multi-layered nested loops [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2017, 29 (11): 2100-2107.)

[7] 李世红, 袁跃兰, 刘绅绅, 等. 基于蚁群算法的激光切割工艺路径优化 [J]. *锻压技术*, 2019, 44 (04): 69-72, 77. (Li Shihong, Yuan Yuelan, Liu Shenshen, *et al.* Optimization on laser cutting process path based on ant colony algorithm [J]. *Forging & Stamping Technology*, 2019, 44 (04): 69-72, 77.)

[8] Dahan F, El Hindi K, Mathkour H, *et al.* Dynamic flying ant colony optimization (DFACO) for solving the traveling salesman problem [J]. *Sensors*, 2019, 19 (8): Article ID 1837 (28 pp.).

[9] 张子成, 韩伟, 毛波. 基于模拟退火的自适应离散型布谷鸟算法求解旅行商问题 [J]. *电子学报*, 2018, 46 (08): 1849-1857. (Zhang Zicheng, Han Wei, Mao Bo. Adaptive discrete cuckoo algorithm based on simulated annealing for solving TSP [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46 (08): 1849-1857.)

[10] Tan Ying, Zhu Yuanchun. Fireworks algorithm for optimization [C]// *Proc of the 1st International Conference on Swarm Intelligence*. Berlin: Springer, 2010: 355-364.

[11] 吴梦烟, 杨侃, 吴云, 等. 基于改进烟花算法的汾水水库优化调度模型研究 [J]. *水电能源科学*, 2020, 38 (05): 71-75. (Wu Mengyan, Yang Kan, Wu Yun, *et al.* Study on optimal operation of fenhe reservoir based on improved fireworks algorithm [J]. *Water Resources and Power*, 2020, 38 (05): 71-75.)

[12] 余敏建, 游航航, 韩其松, 等. 基于改进烟花算法的空战指挥引导对策生成 [J]. *系统工程与电子技术*, 2019, 41 (12): 2780-2788. (Yu Minjian, You Hanghang, Han Qisong, *et al.* Generation of air combat command and guidance countermeasures based on improved fireworks algorithm [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2019, 41 (12): 2780-2788.)

[13] 冯珊珊, 柳军, 张军. 基于自变异烟花算法的短时交通流预测模型 [J]. *传感器与微系统*, 2020, 39 (06): 51-54. (Feng Shanshan, Liu Jun, Zhang Jun. Short-term traffic flow prediction model based on self-variation fireworks algorithm [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2020, 39 (06): 51-54.)

[14] 雍静, 赵瑾, 邹嘉嘉, 等. 基于混沌增强烟花算法的多能源系统并网优化调度 [J]. *电网技术*, 2019, 43 (10): 3725-3733. (Yong Jing, Zhao

- Jin, Huan Jiajia, *et al.* Multi-energy system optimal dispatch based on chaos enhanced firework algorithm in grid connection [J]. *Power System Technology*, 2019, 43 (10): 3725-3733.)
- [15] Larrañaga P, Kuijpers CMH, Murga RH, *et al.* Genetic algorithms for the travelling salesman problem: a review of representations and operators [J]. *Artificial Intelligence Review*, 1999, 13 (2): 129-170.
- [16] 戚远航, 蔡延光, 蔡颢, 等. 旅行商问题的混沌混合离散蝙蝠算法 [J]. *电子学报*, 2016, 44 (10): 2543-2547. (Qi Yuanhang, Cai Yanguang, Cai Hao, *et al.* Chaotic hybrid discrete bat algorithm for traveling salesman problem [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44 (10): 2543-2547.)
- [17] 黄戈文, 蔡延光, 戚远航, 等. 自适应遗传灰狼优化算法求解带容量约束的车辆路径问题 [J]. *电子学报*, 2019, 47 (12): 2602-2610. (Huang Gewen, Cai Yanguang, Qi Yuanhang, *et al.* Adaptive genetic grey wolf optimizer algorithm for capacitated vehicle routing problem [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2019, 47 (12): 2602-2610.)
- [18] 戚远航, 蔡延光, 蔡颢, 等. 带容量约束的供应链物流运输调度问题的双层变邻域蝙蝠算法 [J]. *电子学报*, 2019, 47 (07): 1434-1442. (Qi Yuanhang, Cai Yanguang, Cai Hao, *et al.* Two-level bat algorithm with variable neighborhood search for capacitated vehicle routing problem in supply chain [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2019, 47 (07): 1434-1442.)
- [19] 蔡延光, 戚远航, 蔡颢, 等. 物流运输调度问题的混沌烟花算法——基于多车型供应链 [J]. *计算机工程与应用*, 2019, 55 (03): 238-244. (Cai Yanguang, Qi Yuanhang, Cai Hao, *et al.* Chaotic fireworks algorithm for multi-type vehicle routing problem in supply chain [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2019, 55 (03): 238-244.)
- [20] Lin Shen. Computer solutions of the traveling salesman problem [J]. *Bell System Technical Journal*, 1965, 44 (10): 2245-2269.
- [21] 蔡延光, 陈厚仁, 戚远航. 混沌烟花算法求解旅行商问题 [J]. *计算机科学*, 2019, 46 (S1): 85-88. (Cai Yanguang, Chen Houren, Qi Yuanhang. Chaotic fireworks algorithm for solving travelling salesman problem [J]. *Computer Science*, 2019, 46 (S1): 85-88.)
- [22] Gulcu S, Mahi M, Baykan OK, *et al.* A parallel cooperative hybrid method based on ant colony optimization and 3-opt algorithm for solving traveling salesman problem [J]. *Soft Computing*, 2018, 22 (5): 1669-1685.
- [23] Wang Yong, Xu Ning. A hybrid particle swarm optimization method for traveling salesman problem [J]. *International Journal of Applied Metaheuristic Computing*, 2017, 8 (3): 53-65.